º FEPEG FÓRUM DE ENSINO, PESQUISA, EXTENSÃO E GESTÃO
TRABALHOS CIENTÍFICOS APRESENTAÇÕES ARTÍSTICAS E CULTURAIS DEBATES MINICURSOS E PALESTRAS
23 A 26 SETEMBRO DE 2015
Campus Universitário Professor Darcy Ribeiro
ISSN 1806-549X
A HUMANIZAÇÃO NA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO

Potencialidades do GeoGebra para o processo de ensino e aprendizagem do Cálculo: estudo de áreas mínimas de superfícies de revolução

Bruna Luiza Alves Ruas, Edson Crisostomo dos Santos, Flavio Gabriel Barbosa Mendes

Introdução:

O objetivo deste estudo consiste em explorar a potencialidade do Software GeoGebra como ferramenta de trabalho para o processo de ensino e aprendizagem no curso de Cálculo Diferencial e Integral. Com uma abordagem mais visual do conteúdo,espera-se que a utilização do Software, que abrange ferramentas da Matemática dinâmica, e a realização da atividades que serão propostas proporcionem ao estudante uma melhor compreensão dos conceitos e das aplicações de derivadas no que se refere às áreas mínimas de superfícies de sólidos de revolução, mais especificamente, do cone e do cilindro circular reto.

O conceito de máximos e mínimos de uma função, usado como ponto de partida para desenvolvimento da atividade que será proposta neste trabalho, foi apresentado por Munem e Foulis (1982, p.198) [1] da seguinte maneira: "Se uma função *f* possui um máximo ou um mínimo em um ponto c, dizemos que *f* possui um extremo relativo em c. É geometricamente claro que se a função *f* tem um extremo relativo em um ponto c e se o gráfico de *f* admite uma tangente não-vertical em (c, *f*(c)), então essa tangente precisa ser horizontal: isto é, *f'*(c) =0." Assim, neste trabalho, para o cálculo da área mínima de superfície de um cilindro circular reto e de um cone, a função *f* será dada pelo valor da área total de suas superfícies em função dos respectivos raios e volumes.

Segundo Silva e Silva (2014) [2], a resolução de problemas relacionados à otimização tem despertado interesse e atenção de estudantes de cursos como Engenharia, Tecnologia e Economia. Eles ainda ressaltam as variedades de conceitos e aplicações trazidas por essas resoluções que se contrapõem ao modelo de resolução mais mecanizada, normalmente adotada para o aprendizado.

As atividades proposta neste trabalho estarão orientadas aos Estudantes de Engenharia Civil como uma aplicação dos conceitos de Cálculo diferencial e Integral na área da construção civil. Estarão centradas nos conceitos de cálculos de áreas mínimas por meio de construções realizadas no GeoGebra, para as quais faremos uma análise comparativa das áreas totais mínimas obtidas tanto no cilindro quanto no cone ao fixarmos o volume desses sólidos

Materiais e métodos:

Para a elaboração do presente trabalho, foi realizada uma revisão bibliográfica para identificarmos a problemática relacionada com o tema de estudo e com as suas aplicações na Engenharia Civil. As ferramentas contempladas no GeoGebra possibilitarão explorar os aspectos dinâmicos nas construções, como uma alternativa para interpretação e solução do problema a ser proposto, cuja solução requererá a utilização de tecnologias no processo de ensino e aprendizagem do Cálculo no contexto do Curso de Engenharia Civil. Trata-se de resultados parciais de uma pesquisa qualitativa, baseada em atividades exploratórias relacionadas à otimização. Será proposta uma atividade que possibilitará realizar uma comparação das áreas totais mínimas das superfícies de reservatórios, em forma de um cilindro circular reto e de um cone, ambos com a mesma base e fixando um volume específico. Após a proposição da atividade, será feito um passo a passo para o processo de resolução da situação-problema. Espera-se que ao seguir as instruções dadas durante a construção o estudante envolva-se em um processo de busca por resoluções e estratégias próprias, formulando hipóteses e tentando prová-las por meio de manipulação de gráficos e dos valores disponibilizados nas janelas de álgebra e geométricas do GeoGebra, o que deverá gerar um conhecimento intuitivo apoiado na visualização.

Resultados e discussões :

Apoio financeiro: FAPEMIG.

9º FEPEG FÓRUM DE ENSINO, PESQUISA, EXTENSÃO E GESTÃO
23 A 26 SETEMBRO DE 2015
Campus Universitário Professor Darcy Ribeiro
TRABALHOS CIENTÍFICOS APRESENTAÇÕES ARTÍSTICAS E CULTURAIS DEBATES MINICURSOS E PALESTRAS
ISSN 1806-549X
A HUMANIZAÇÃO NA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
REALIZAÇÃO: Unimontes MINAS GERAIS APOIO: FAPEMIG FADENOR

A partir da revisão bibliográfica do tema, elaboramos uma situação-problema, sintetizamos o passo a passo para a realização das construções no GeoGebra, e apresentamos os principais resultados e discussões.

1. **Situação-problema:** A empresa fictícia X é capaz de desenvolver estruturas de armazenamento com volumes entre 5m^3 a 500 m^3. Para qualquer projeto realizado, é indispensável que o engenheiro responsável leve em consideração o formato e a menor área de superfície da estrutura, para otimização do projeto e economia de materiais. Supondo que se pretenda construir um silo com determinado volume, qual deve ser o seu raio e que formato deverá apresentar a superfície (cilíndrico ou cônico) para que na construção do reservatório se utilize a menor quantidade de materiais.

1.1 Solução: A seguir, será feito um passo a passo com todas as etapas para resolução do problema através da análise das construções que serão realizadas no GeoGebra.

1º passo: Inserir um controle deslizante no campo de entrada do GeoGebra, nomeá-lo como v e definir o intervalo entre 5 e 5000.

2º passo: Inserir um controle deslizante no campo de entrada do GeoGebra, nomeá-lo como r e definir o intervalo entre 0 e 15.

3º passo :Inserir no campo de entrada do GeoGebra o ponto referente à altura do cilindro :Hci=v/(π*r^2).

4º passo: Inserir no campo de entrada do GeoGebra o ponto referente à altura do cone:Hco=3*v/(π*r^2).

3º passo :Inserir no campo de entrada do GeoGebra o ponto referente à altura do cilindro :Hci=v/(π*r^2).

5º passo: Inserir função no campo de entrada do GeoGebra referente à área da superfície do cone: A_co(r) =se [0≤r≤r,π* r^2 + π* r* (sqrt (r^2+9* ((v^2) / (π^2 r^4))))].

6º passo: Inserir função no campo de entrada do GeoGebra referente à área da superfície do cilindro circular reto g(r) =se [0≤r≤r,2*π*r^2 + 2*v / r].

7º passo: Usando o comando Derivada na caixa de entrada do GeoGebra, inserir a derivada da função A_co.

8º passo: Usando o comando Derivada na caixa de entrada do GeoGebra , inserir a derivada da função g.

9º passo: Usando a ferramenta de Interseção de dois objetos do GeoGebra (janela 2), plotar o ponto de interseção entre a função A_co' com o eixo de x e nomeá-lo como R_co.

10º passo: Usando a ferramenta de Interseção de dois objetos do GeoGebra (janela 2), plotar o ponto de interseção entre a função g com o eixo de x e nomear-lo como R_ci.

11º passo: Inserir ponto referente à área do cone no campo de entrada do GeoGebra, digitando Aci=g(r).

12º passo: Inserir ponto referente à área do cilindro no campo de entrada do GeoGebra, digitando Aco=A_co(r).

13 º passo: Usando a ferramenta de Interseção de dois objetos do GeoGebra (janela 2), plotar o ponto de interseção entre as funções A_co e g, nomear-lo como Int.

15 º passo: Inserir no campo de entrada do GeoGebra o círculo: x^2+y^2=r^2 e renomeá-lo para base.

16 º passo: Inserir no campo de entrada do GeoGebra o comando cilindro: cilindro [base,Hco].

17 º passo:Inserir no campo de entrada do GeoGebra o comando cone: cone [base,Hco].

Sugerimos que os estudantes explorem as construções realizadas, fixando-se distintos valores para o volume e/ou para o raio, visualizando as áreas totais mínimas das superfícies estudadas. Por questão de espaço, exemplificaremos uma solução para a situação-problema quando o volume for fixado em V= 5000 m^3.

Utilizando o conceito de máximos e mínimos de uma função apresentado neste trabalho, observamos que os pontos de interseção das curvas derivadas das funções de áreas totais com o eixo de x (R_co e R_ci) são iguais aos valores de raios para os quais se dão as áreas mínimas totais das superfícies do cone e do cilindro. No entanto, é necessário saber mais do que o valor do raio das superfícies para determinar qual das duas superfícies possui a menor área total, uma vez que as funções de derivada interceptam o eixo x em pontos diferentes (figura 1ª). Contudo, analisando o gráfico das

Apoio financeiro: FAPEMIG.

º FEPEG FÓRUM DE ENSINO, PESQUISA, EXTENSÃO E GESTÃO
23 A 26 SETEMBRO DE 2015
Campus Universitário Professor Darcy Ribeiro
TRABALHOS CIENTÍFICOS APRESENTAÇÕES ARTÍSTICAS E CULTURAIS DEBATES MINICURSOS E PALESTRAS
ISSN 1806-549X
A HUMANIZAÇÃO NA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO

funções de área (A_co e g), na figura 1B, observamos que o ponto de interseção (int) entre as duas curvas delimita até qual valor de x a área total da superfície do cone será maior que a área da superfície do cilindro circular reto de mesma base. Sabendo que para o volume igual a $5000m^3$ (v=5000), R_co= (11.91, 0) e R_ci= (9.27, 0), ambos com a coordenada do eixo x menor que a do ponto int=12.576. Podemos dizer então que, para todo valor de r<12.576 a área total da superfície do cilindro será menor que a área total da superfície do cone. Portanto, o raio ideal para construção de um reservatório de volume igual 5000 m^3 deve ser r=9,27m e o formato da superfície deve ser cilíndrico. Veja os sólidos gerados no GeoGebra a partir dos valores encontrados na figura 1C.

Conclusão:

A resolução da atividade exigiu do estudante conhecimento relativo à Geometria, derivadas, estudo de máximos e mínimos e de superfície mínimas. O uso do GeoGebra contribuiu para o aprofundamento desses conhecimentos ao dar a possibilidade do estudante trabalhar com os aspectos dinâmicos da Matemática e de realizar explorações dos conceitos estudados por meio da visualização das construções tanto nas janelas de álgebra quanto nas janelas de visualização 2D e 3D do GeoGebra. O resultado satisfatório encontrado neste estudo sinaliza para a potencialidade da utilização do GeoGebra 5.0 para o desenho e implementação de atividades que possam contribuir com um processo ativo de aprendizagem significativa dos conceitos de Cálculo Diferencial e Integral e de suas aplicações na área de Engenharia Civil.

Referências:

[1] MUNEM, M. A. ; FOULIS, D. J. Cálculo. Vol. 1. Livro Técnico, e Científico: Rio de Janeiro, 1982.

[2] SILVA, L. N. ; SILVA, M. P.. Uma introdução ao estudo das superfícies mínimas utilizando o GeoGebra **. Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, , v.3, n.2, pp 120-131, 2014

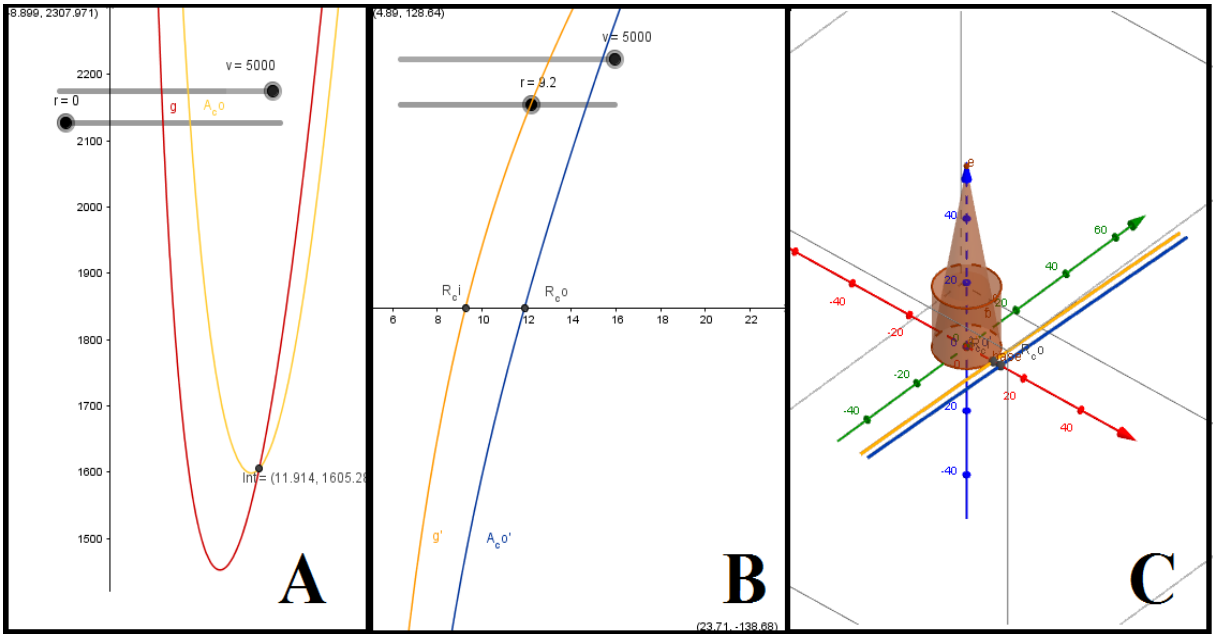

Figura 1: Construção gráfica com auxílio do GeoGebra para a situação-problema 1. Em (A) a representação das funções de área mínima total de superfície do come e do cilindro circular reto; em (B) mostramos a representação das funções derivadas das funções das áreas das duas superfícies e em (C) está contemplada a representação dos sólidos de revolução gerados.

Apoio financeiro: FAPEMIG.