



Potencialidades do GeoGebra no Processo de Ensino e Aprendizagem do Cálculo Integral no Contexto da Engenharia Civil

Edson Crisostomo dos Santos, Bruna Luiza Alves Ruas, Flavio Gabriel Barbosa Mendes

Introdução:

Este trabalho foi idealizado a partir da necessidade do desenvolvimento da visualização no processo de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral. Está centrado na compreensão do conceito de integral definida e de seus significados pelos estudantes de Engenharia Civil. Esse conceito constitui-se em uma fermenta de trabalho utilizado em distintas disciplinas ao longo do referido curso.

Certamente, não é possível imaginar a cultura científica moderna sem as integrais. Junto com a derivada, a integral forma o núcleo de um domínio matemático que é uma linguagem, um dispositivo, e uma ferramenta útil para outros campos como a Física, a Engenharia, a Economia, e a Estatística. Além de um conceito, a integral representa uma idéia filosófica para a compreensão do mundo: a contemplação da totalidade das partes pequenas de um todo aporta conclusões sobre o todo em sua globalidade, assim como sobre sua estrutura interna e propriedades (KOUROPATOV & DREYFUS, 2009). [1]

Considera-se que a utilização do software GeoGebra possibilitará uma reconstrução do estudante relativa ao conceito de integral definida e de suas aplicações no cálculo de áreas. Para isso foram propostas algumas atividades relacionadas às áreas sob curvas e áreas entre curvas no contexto do ensino universitário de Cálculo. Essas atividades propõem uma abordagem mais interativa e visual do conceito de integral definida com a utilização do software GeoGebra. As atividades utilizadas como base para a discussão e elaboração do presente trabalho foram aplicadas, inicialmente, com acadêmicos do Curso de Matemática visando desenvolver nos estudantes a capacidade para identificar a relação entre o valor numérico da integral definida de uma função em um intervalo dado e a área de uma figura geométrica plana e a possibilidade de generalizar o cálculo de áreas sob curvas e de regiões compreendidas entre curvas. Posteriormente pretende-se realizar uma adaptação das atividades propostas para aplicá-las para os acadêmicos do Curso de Engenharia Civil.

Materiais e métodos

Neste trabalho será feito um recorte de algumas atividades propostas por Crisostomo (2012) [2] para o estudo de integral definida e de suas aplicações no contexto do ensino universitário de Cálculo. Trata-se de uma pesquisa qualitativa que se encontra em fase de desenvolvimento durante uma iniciação científica realizada na Unimontes, baseada em um estudo de caso centrado na compreensão e na produção de significados do conceito de integral definida no processo de ensino e aprendizagem do Cálculo no Curso de Engenharia Civil. Pretende-se também realizar uma reflexão relacionada com a visualização e o processo ativo de ensino na produção significativa de conceitos matemático da integral. Inicialmente foi realizado um estudo documental com a finalidade de identificar as principais dificuldades que se apresentam no processo de ensino e aprendizagem da integral. A partir desse estudo, buscou-se identificar o papel da visualização em um processo de aprendizagem ativa e significativa da Integral e foram propostas atividades baseadas numa metodologia (Crisostomo, 2012; Crisostomo, Mota, Brito e Ferreira, 2012) [2, 3] que poderá contribuir com uma interação do estudante com as possibilidades de visualização propiciadas pelas ferramentas do GeoGebra. Esses pesquisadores propuseram uma estrutura para produção de materiais didáticos de Matemática centrados no ensino superior. Essa estrutura está organizada a partir das seguintes sessões: título, objetivos, preparação, recursos didáticos e tecnológicos, situação-problema, processo de construção, abordagem teórica, formalização de alguns conceitos e proposições, dicas para aprofundamento dos estudos, curiosidades, sínteses, auto-avaliação/avaliação e refletindo sobre a atividade. A base da atividade consiste em tomar como ponto de partida uma ou mais situação-problema para cada

tema. Essas situações-problema são resolvidas a partir do “processo de construção” e da posterior formalização e aprofundamento dos conceitos abordados. As ferramentas disponibilizadas pelo GeoGebra propiciaram a utilização da Matemática Dinâmica na proposição, elaboração e discussão das atividades.

Resultados e discussões

Para este trabalho serão apresentados resultados e discussões relativos à seguinte situação-problema:

Situação Problema: Calcule, por integração, a área da região plana compreendida pelo triângulo retângulo de base b e altura h .

Após enunciar a situação-problema foram propostos os passos para o processo de construção (Quadro 1) que permitiam visualizar tanto as representações algébricas quanto as geométricas por meio das janelas de álgebra e geométrica do GeoGebra.

Quadro 1: Processo de Construção (Crisostomo, 2012, p. 42)

1. Usando a ferramenta *seletor*, insira o seletor a no intervalo $[-5,5]$ e o seletor b no intervalo $[0,10]$.
2. Plote o gráfico da reta $f(x) = ax$, ressaltando a região R compreendida pela reta, pelo eixo x e pela reta vertical $x=b$.
3. Utilize a ferramenta *interseção de dois objetos* do GeoGebra, clique sobre os eixos coordenados e renomeie o ponto de interseção de A , clique sobre a reta que representa a função f e sobre o eixo x e renomeie o ponto de B , encontre também a interseção C entre a reta que representa f e o eixo y .
4. Utilizando a ferramenta *integral*, digite integral $[f,0,b]$, renomeando como $I1$.
5. No menu *opções* do GeoGebra, configure *arredondamento* para 10 casas decimais.
6. Mantenha o seletor a fixo no número 1.
7. Ative *animação* no seletor b e observe os resultados que aparecem em $I1$ à medida que b percorre o intervalo dado.
8. Verifique a relação entre os dados gerados nas janelas algébrica e geométrica do GeoGebra.
9. Desative *animação* no seletor b , posicionando-o nos valores 1, 2, 4, 6, 7 e 10; digite os respectivos valores de $I1$.
10. Mantenha o seletor b fixo no valor 6.
11. Ative *animação* no seletor a e observe os resultados que aparecem em $I1$ à medida que a percorre o intervalo dado.
12. Verifique a relação entre os dados gerados nas janelas algébrica e geométrica do GeoGebra durante a animação do seletor a , registrando suas observações por meio da ferramenta *inserir texto*.
13. Os valores de $I1$ correspondem à área do triângulo retângulo de base b e altura $f(b)$? Justifique.
14. Utilize a ferramenta do GeoGebra digite integral $[f]$ e renomeie a função como g .
15. Com o botão direito eleja a opção *propriedades*, altere a cor da curva gerada para azul e o estilo para 5.
16. Utilize a ferramenta do GeoGebra, digite $g(b)-g(0)$ renomeando o resultado como $T1$ e tecla “enter”.
17. Mantendo o seletor a fixo no valor 3, clique sobre o seletor b com o botão direito do mouse e eleja a opção *animação*.
18. Verifique se para cada valor de b os valores de $I1$ e $T1$ são os mesmo para cada valor fixo de b . Justifique.
19. Os valores de $I1$ e $T1$ correspondem às áreas dos triângulos retângulos de base b e altura $f(b)$?

À medida que os acadêmicos seguiam os passos para desenvolverem o processo de construção no GeoGebra eles eram desafiados a refletirem sobre os conceitos prévios e emergentes que estavam sendo construídos.

As atividades foram executadas individualmente ou em duplas no laboratório de informática. Durante essa execução, os estudantes fizeram observações, levantaram algumas conjecturas, buscando validá-las. A análise dos resultados ocorreu de forma qualitativa, a partir da observação e registro das atividades desenvolvidas pelos acadêmicos e dos resultados das pesquisas realizadas em Didática do Cálculo relacionadas com o processo de ensino e aprendizagem da integral. A visualização, que consiste no desenvolvimento da habilidade de criação de imagens mentais, foi bastante explorada nas atividades propostas. Após plotar os gráficos, os acadêmicos conseguiram evocar os conhecimentos teóricos sobre a integral e utilizá-los para encontrar as informações necessárias para resolver as atividades relacionadas com áreas sob curvas e assim encontrar a área do triângulo retângulo. Foram estabelecidas relações entre os conceitos prévios relacionados com as atividades (funções, interseção entre curvas, representações gráficas, derivadas, somas de Riemann, etc.) e o conceito emergente da integral definida. Foi observada também a potencialidade das representações

gráficas realizadas na etapa de construção, contemplada na estrutura das atividades, para a construção do conceito de integral definida, bem como a articulação entre as representações geométrica e algébrica da integral por meio da visualização disponibilizada nas janelas algébrica e geométrica do GeoGebra.

As principais dificuldades apresentadas pelos acadêmicos durante a realização das atividades propostas se relacionam com: (i) baixo conhecimento relacionados aos conceitos básicos do Cálculo; (ii) representação algébrica das fórmulas utilizadas para calcular áreas entre curvas; (iii) dificuldades para analisar as informações geradas nas janelas algébrica e geométrica do GeoGebra; (iv) falta de familiaridade inicial para utilização do computador e/ou do GeoGebra; (v) limitada capacidade para formalizar o conceito de integral definida e para justificar algumas proposições relacionadas ao tema.

Apesar das dificuldades sintetizadas, a utilização do GeoGebra propiciou a exploração das relações geométricas nas atividades propostas, a maior compreensão do conceito e das aplicações geométricas da integral.

À medida que eram realizadas as atividades propostas constatou-se que os estudantes desenvolveram maior segurança no esboço dos gráficos e no cálculo de áreas, visto que o GeoGebra contribuiu com a visualização dos conceitos e pouca necessidade de manipulações algébricas; maior motivação para aprender visto que melhorou o entendimento relativo ao tema abordado.

Conclusões

Os resultados parciais das pesquisas realizadas aportam novos conhecimentos teóricos e práticos relativos ao objeto de estudo e sinalizam na direção da busca de novas metodologias e de estratégias úteis para abordar os conteúdos matemáticos de maneira eficaz, que propiciem a aprendizagem ativa e significativa dos estudantes universitários. Os significados da integral no contexto da formação de professores de matemática foram sistematizados em uma pesquisa prévia desenvolvida por Crisostomo (2012a) [4], na qual a aplicação da integral definida no cálculo de área se encaixa no significado geométrico da integral. A identificação das dificuldades apresentadas pelos acadêmicos durante o desenvolvimento das atividades relacionadas com as aplicações geométricas da integral pode constituir-se em informações relevantes para a produção de materiais didáticos para o ensino de integrais e de suas aplicações no contexto do ensino de Cálculo Diferencial e Integral. A utilização do GeoGebra contribuiu para a compreensão do conceito de áreas sob curvas por possibilitar a visualização simultânea das distintas representações desse conceito e pela diversidade de construções utilizadas na atividade desenvolvida. Dando continuidade aos estudos que estão sendo realizados sobre a integral definida, será utilizada a referida metodologia e adaptadas situações-problema relativas à construção do conceito de integral definida e de suas aplicações no contexto da Engenharia Civil para analisar a compreensão desse conceito pelos estudantes da área de Engenharia.

Referências

- [1] KOUROPATOV, A.; DREYFUS, T. Integrals as accumulation: a didactical perspective for school mathematics. In: TZEKAKI, M.; KALDRIMIDOU, M.; SAKONIDIS, H. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, pp. 417-424. Thessaloniki, Greece: PME, 2009.
- [2] CRISOSTOMO, E. *Tópicos de Cálculo Diferencial e Integral*. CEAD-UNIMONTES. Montes Claros-MG, 2012. Disponível em: <<http://www.virtualmontes.unimontes.br/course/view.php?id=2022>>. Acesso em: 22 Jul. 2015.
- [3] CRISOSTOMO, E., MOTA, J. F., BRITO, A. B.; FERREIRA, R. D. A utilização do GeoGebra no processo de ensino e aprendizagem da integral: uma articulação entre a pesquisa e a docência. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, v. 1, n. 1, 2012, pp. 129-143.
- [4] CRISOSTOMO, E. Idoneidad de procesos de estudio del cálculo integral en la formación de profesores de matemáticas: una aproximación desde la investigación en didáctica del cálculo y el conocimiento profesional. Programa de Postgrado en Didáctica de la Matemática (2012a). Tese Doutoral. Universidade de Granada.